平成 30 年度
物理学科ＡＯ選抜課題探求試験問題

物理学（100 点）
平成 30 年 1 月 27 日（土）9：00～11：30

注意事項

1. 指示があるまでは，問題冊子ならびに解答冊子を開かないこと。

2. 問題冊子１部，解答冊子１部が配布されていることを確認すること。

3. 「はじめ」の指示があったら，解答を始める前にまず，問題冊子の表紙に続いて問題が１Ａから３Ｂまで６題，解答用紙が６枚あることを確認し，全ての解答用紙に受験番号と氏名を記入すること。

4. 解答は問題ごとに所定の解答用紙に記入すること。解答に際しては，最終的な答えだけではなく，その答えに至る道筋もていねいに記述すること。必要なら解答用紙の裏面を用いてもよい。

5. 「おわり」の指示があったら，ただちに鉛筆を置くこと。

6. 試験終了後，解答冊子は回収するが，問題冊子は持ち帰ってよい。

問題 1 (35 点)

1A

図 1A-1 に示すように，中心軸が鉛直方向に固定された円錐面の頂点に小穴をあけて糸を通し，円錐の内と外の糸の端にそれぞれ大きさの無視できるおもり A とおもり B を付けた。円錐の中心軸と円錐面の間の角度を $\alpha(< \pi/2)$ とし，頂点からおもり B までの距離を l とする。おもり A は中心軸上，おもり B は円錐面上を滑らかに運動し，運動中に糸がたるむことはないとする。糸の質量やすべての摩擦を無視し，重力加速度の大きさを g とする。以下の問いに答えよ。

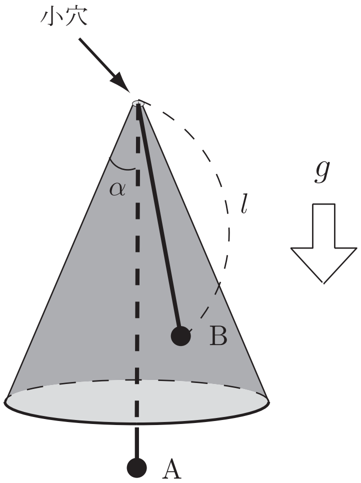

図 1A-1

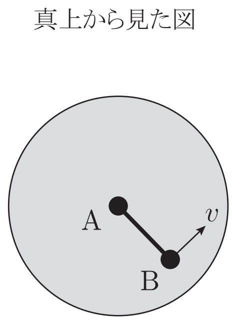

図 1A-2

(1) おもり A の質量が M_1，おもり B の質量が m のとき，おもり B から静かに手を離したところ，そのまま静止した。M_1 を m, l, α, g のうち，必要なものを用いて表せ。

次におもり B の質量はそのままでおもり A の質量を M_2 に変更する。その後，図 1A-2 のように，おもり B に，円錐の中心軸とおもり B を含む平面に垂直で，頂点方向から見て反時計回りの向きにある速度を与えたところ，頂点からの距離 l を保ったまま，一定の速度 $v(> 0)$ で中心軸のまわりを回転した。

(2) おもり B に加わる向心力の大きさ F を，m, l, v, α, g のうち，必要なものを用いて表せ。

(3) F を糸の張力の大きさ T と円錐面がおもり B に及ぼす垂直抗力の大きさ N を用いて表せ。

(4) おもり B に対する鉛直方向のつり合いの式を書け。ただし，T および N を用いてよい。

(5) (2)-(4) の結果を使い，M_2 を m, l, v, α, g のうち，必要なものを用いて表せ。

1B

図 1B-1 に示すように厚さの無視できる円板に内側がなめらかなシリンダーを垂直に固定し，その内側に自然長 l，ばね定数 k のばねと大きさの無視できる質量 M のおもりを取り付けた装置を考える。おもりはシリンダーに対して上下方向にのみ運動する。水平面上に原点を取り，水平方向に x 軸，鉛直上向きに y 軸をとる。円板とシリンダー，ばねの質量は無視できると考え，重力加速度の大きさを g とする。以下の問いに答えよ。

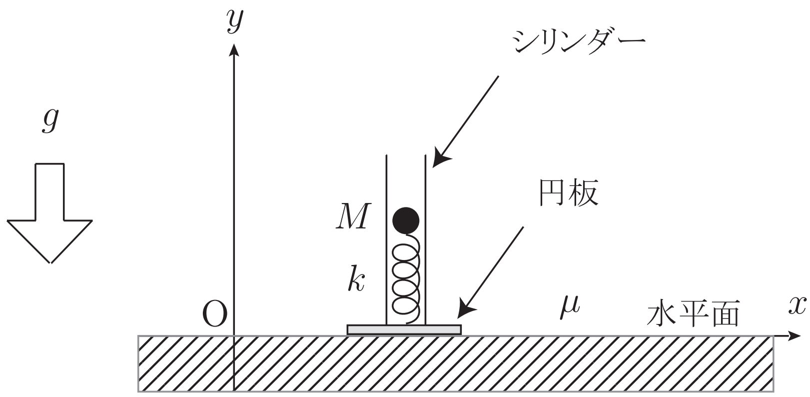

図 1B-1

(1) まず装置が水平方向に対して静止している状況を考える。おもりに加わる力 F をおもりの y 座標の関数として表し，つり合った時の y 座標の値 y_0 を求めよ。ただし，y 軸の正の方向を力の正の方向とする。

(2) おもりを押し下げて離すと振動を始める。振動の周期 T_0 を求めよ。

(3) 円板に加わる力をすべて挙げ，それぞれをおもりの y 座標の関数として表せ。

(4) おもりを円板が水平面を離れる直前まで持ち上げ，時刻 $t = 0$ におもりから静かに手を離した。時刻 $t\,(> 0)$ でのおもりの y 座標を答えよ。

次に，この装置を水平面の上で滑らせる。円板と水平面の間の動摩擦係数を μ とする。滑らせる間に装置が水平面を離れたり，倒れることはないとする。

(5) おもりが静止している状態で時刻 $t = 0$ に x 軸の正の方向に初速 v_1 で装置を滑らせた。装置が静止するまでの時間 T_1 と静止するまでに移動する距離 L を求めよ。

(6) 次におもりを円板が水平面を離れる直前まで持ち上げ，時刻 $t = 0$ にその状態で装置を x 軸の正の方向へ初速 v_2 で滑らせた。止まるまでの間の装置の x 軸方向の加速度 a を t の関数として表せ。

(7) 横軸を時刻 t, 縦軸を加速度 a として，(5) の場合と (6) の場合について時刻 $t = 0$ から T_0 までの加速度の変化をグラフに描け。ただし T_0 までに装置は止まらないとする。

(8) おもりがちょうど 1 周期振動した時 $(t = T_0)$ に装置が静止した。この場合，同じ初速でおもりを振動させずに滑らせた場合でも同時刻 $(t = T_1 = T_0)$ に静止する。(7) で描いたグラフを使ってその理由を説明せよ。

問題 2 (30 点)

2A

図 2A-1 のように間隔が l [m] の 2 本の平行導線が 2 組あり，それぞれの平行導線上に導体棒が置かれている。平行導線は抵抗値 R [Ω] の抵抗と導線で接続されている。平行導線，導体棒，抵抗，導線からなる回路は水平面内にあるものとする。質量 m [kg] のおもりが机の上に置かれている。このおもりは滑車を通して，導体棒 2 と質量の無視できる絶縁体のひもで結ばれている。導体棒 1 を図の矢印の向きに一定の速さ v_0 [m/s] で動かした。回路には鉛直上向きに磁束密度 B [N/(A·m)] の磁場がかかっている。導体棒と平行導線の電気抵抗および導体棒と平行導線の間の接触抵抗は無視できるものとする。また，導体棒は平行導線に対して常に直交しているものとする。重力加速度の大きさを g [m/s^2] とする。以下の問いに答えよ。

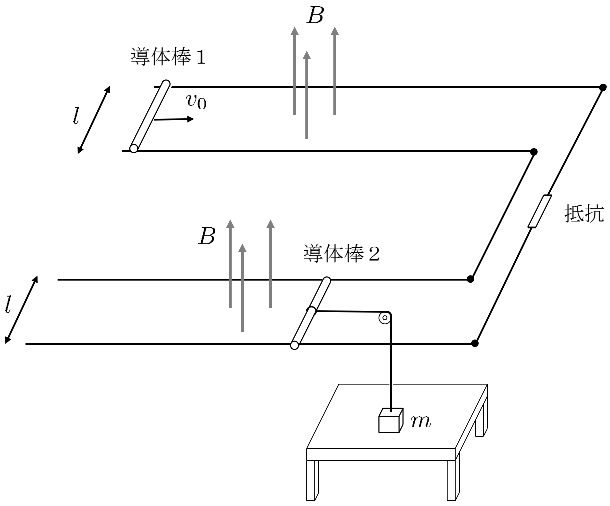

図 2A-1

v_0 が小さい時，導体棒 2 は動かなかった。

(1) このとき，導体棒を動かし続けるために必要な外力の大きさ F [N] を求めよ。

次に v_0 を徐々に大きくしていくと，導体棒 2 につながっているおもりが持ち上がり，導体棒 2 はゆっくりと動き始めた。そして v_0 をある値に固定した。

(2) おもりを持ち上げるためには，v_0 はいくらより大きくなければならないか。

(3) やがて導体棒 2 は一定の速さ v_1 [m/s] に達した。このとき抵抗を流れる電流の大きさ I [A] を求めよ。電流の大きさを表すのに，v_0 および v_1 を用いてよい。

(4) 導体棒 2 が一定の速さ v_1 で動くとき，導体棒 2 に働く力はつり合う。このことを利用して，v_1 を v_0, m, g, B, l, R の中から必要なものを用いて表せ。

(5) 導体棒 2 が一定の速さ v_1 で動くとき，(a) 導体棒 1 を動かす外力の仕事率 P_1 [W]，(b) 抵抗での消費電力 P_2 [W] をそれぞれ，v_0, m, g, B, l, R の中から必要なものを用いて表せ。

2B

図 2B-1 のような，2 つのコンデンサー C_1 と C_2，2 つの抵抗 R_1 と R_2，2 つのスイッチ S_1 と S_2，および 1 つの電池からなる回路がある。最初の状態では，スイッチ S_1 は開かれ，スイッチ S_2 は閉じられており，2 つのコンデンサーに電荷は蓄えられていなかった。2 つの抵抗の抵抗値はどちらも R [Ω] であり，2 つのコンデンサーの電気容量はどちらも C [F] とする。電池の起電力を V [V] とする。以下の問いに答えよ。

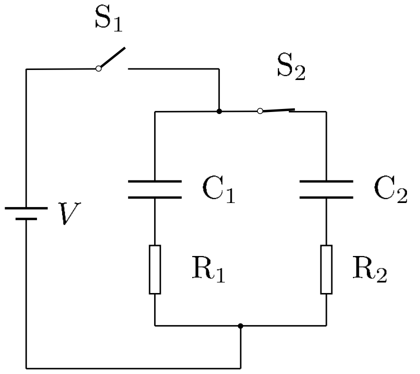

図 2B-1

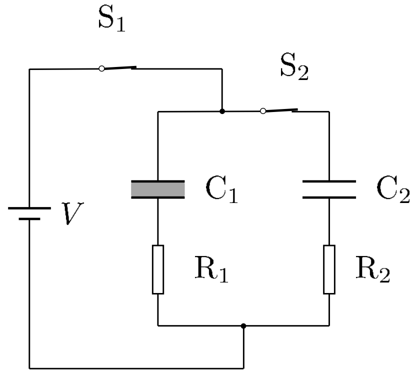

図 2B-2

(1) 図 2B-2 に示すように，コンデンサー C_1 の極板間に比誘電率 ε_r の誘電体をすき間なく挿入したのち，スイッチ S_1 を閉じた。そして，十分時間が経過した。このときコンデンサー C_1 に蓄えられている電気量 Q_1 [C] を求めよ。

(2) 次に, 図 2B-3 に示すように, スイッチ S_1 と S_2 を開いてから，C_1 に挿入した誘電体を抜き取った。コンデンサー C_1 の両端の電位差 V_1 [V] はいくらになるか。

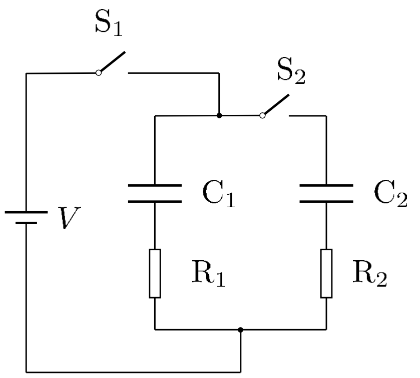

図 2B-3

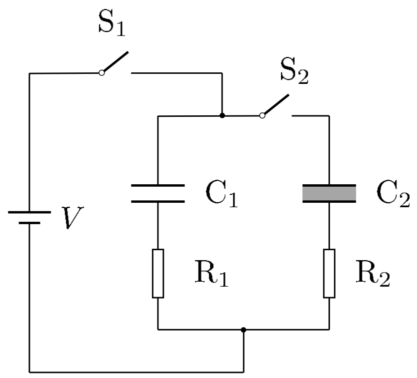

図 2B-4

(3) 次に, 図 2B-4 のように，スイッチ S_1, S_2 とも開いた状態のまま，今度は比誘電率 ε_r の誘電体を C_2 の極板間にすき間なく挿入した。コンデンサー C_1 と C_2 に蓄えられる静電エネルギー U_1 [J] と U_2 [J] をそれぞれ求めよ。

(4) 次に, スイッチ S_1 は開いたままでスイッチ S_2 を閉じると電荷が C_1 から C_2 に移動した。このとき，抵抗 R_1 で消費されたエネルギー W [J] を求めよ。

(5) (2) から (4) の操作の間，スイッチ S_1 は開いたままであったから，この間電池からエネルギーは供給されていない。また，コンデンサー C_1 と C_2 に蓄えられている静電エネルギーは (1) の最後の状態と (4) の最後の状態で同じ大きさである。では，(4) での消費エネルギーはどこから供給されたか, 説明せよ。

問題 3 (35 点)

3A

x 軸の正の向きに平行に進む横波を考える。位置 x における，x 軸に垂直な方向の変位 y が,

$$y = A\sin(kx - \omega t)$$

と書けるとする。ただし t は時刻であり，A, k, ω は正の定数とする。円周率は π として，以下の問いに答えよ。

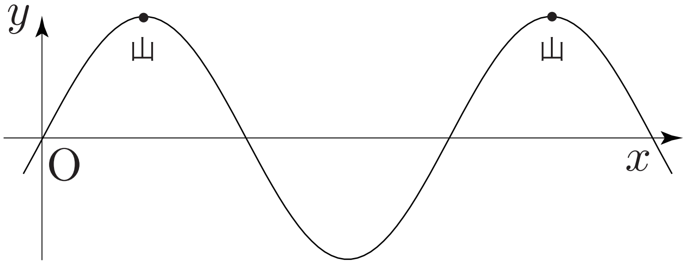

図 3A-1

(1) この横波の進む速さ v，波長 λ，および振動数 f を，A, k, ω のうち必要なものを用いて表せ。

(2) 図 3A-1 のように，ある時刻における位置 x と変位 y のグラフにおいて，y が最大の値をとる点を以下では「山」と呼ぶ。そのとき，時刻 t における山の x 座標の値を A, k, ω, t のうち必要なもの，および整数 n を用いて表せ。

x 軸に沿って正の向きに進んでいる横波をビデオカメラで録画して再生すると，それとは逆の，x 軸に沿って負の向き（以下では単に「負の向き」と書く）に横波が進んでいるように見えることがある。この現象は，録画時には有限の時間間隔 $T\,(>0)$ で画像を取得していて，再生時には同じ時間間隔でそれらの画像を表示していることに起因する。図 3A-2,3 のように時刻 t におけるある山の x 座標の値を x_0 としたとき，時刻 $t+T$ において x 座標の値が最も x_0 に近い山（矢印）の x 座標が x_0 より大きいときは横波は正の向きに（図 3A-2），x_0 より小さいときには負の向きに進んでいるように見える（図 3A-3）と以下では考える。簡単のために，1 枚の画像の取得にかかる時間は無視できるとする。

(3) 再生した映像において，横波が完全に静止しているように見えるとき，T が満たす条件を A, k, ω のうち必要なもの，および正の整数 m を用いて表せ。

(4) この映像において，横波が負の向きに速さ v' で進んでいるように見えるとき，T の値として可能なもののうち最小のものを，A, k, ω, v' のうち必要なものを用いて表せ。

(5) 通常のテレビの映像では，$T = \dfrac{1}{30}$ [s] の間隔で取得した画像を再生している。この映像において，横波が実際に進んでいる向きに実際の速さで進んでいるように見えるための必要条件は，横波の「振幅」「波長」「振動数」「速さ」のうちのいずれか1つに関するものである。その条件を，具体的な数値を用いて表せ。単位の必要な物理量については，単位も付すこと。

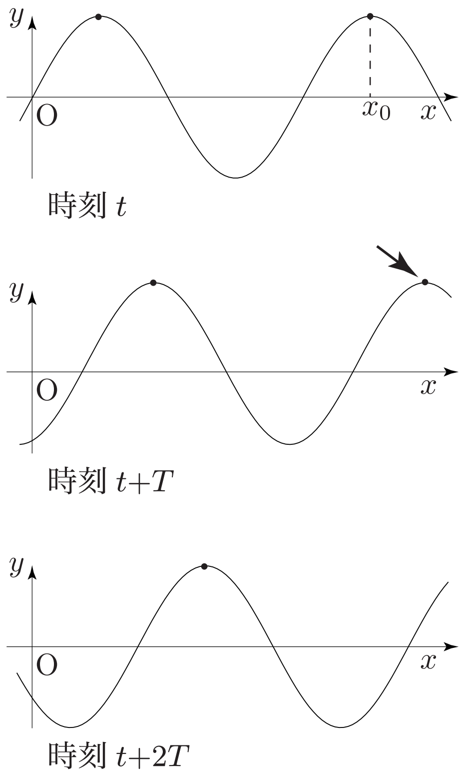

図 3A-2

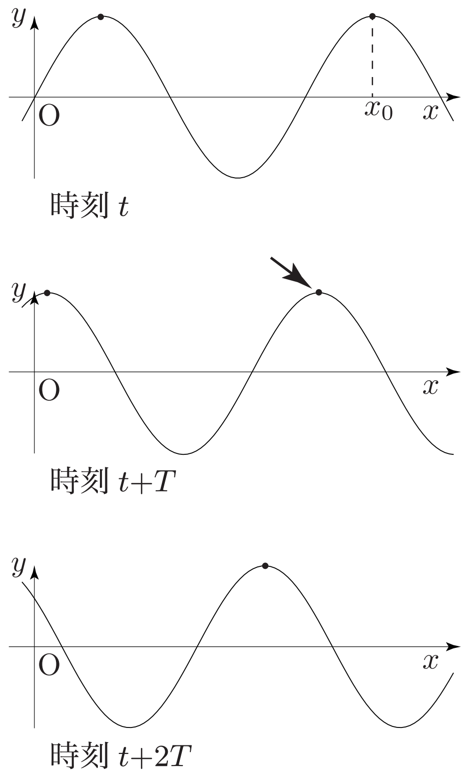

図 3A-3

3B

半径 R の厚さが無視できる球殻内に，質量 m の単原子分子からなる理想気体が満たされている。その中の 1 個の分子の運動について考察する。

(1) 他の分子との衝突は考えないものとすると，この分子は図 3B-1 に示すような球殻との弾性衝突を，同じ速さ v，入射角 θ で繰り返す。弾性衝突の時間間隔 Δt を求めよ。

次に，この球殻の半径が速さ $u\,(>0)$ で増加しているという状況を考える。ただし，u は分子の速さ v よりもはるかに小さい定数であるとする。

(2) この分子が球殻に速さ v，入射角 θ で入射した際の弾性衝突は，図 3B-2 のように速さ u で遠ざかる平らな壁との弾性衝突と同等であると考えることができる。このとき，衝突後の分子の速度の壁に垂直な成分の大きさを v, u, θ を用いて表せ。

(3) (2) で考えた弾性衝突の後の分子の速さを v'，反射角を θ' とする。この衝突による分子の運動エネルギーの変化量 ΔK は $-2m(uv'\cos\theta' + u^2)$ となることを示せ。

(4) Δt の間に球殻の半径は衝突の瞬間の値 R からほとんど変化しないとし，弾性衝突の時間間隔 Δt は，(1) で求めた表式の v, θ をそれぞれ v', θ' と置き換えたものと等しいとする。そのとき，$\Delta K/\Delta t$ を u, R，および衝突後の分子の運動エネルギー K' を用いて表せ。ただし，u が v' に比べて小さいことから，$\Delta K \fallingdotseq -2muv'\cos\theta'$ と近似できるとせよ。

(5) 球殻の半径が時間 Δt の間に R から $R + u\Delta t$ に変化し，その結果球殻内の体積が V から $V + \Delta V$ に変化したとするとき，$\Delta V/V$ を $u, R, \Delta t$ を用いて表せ。ただし，$u\Delta t$ は R に比べてはるかに小さく，n を整数としたときに $(1 + (u\Delta t/R))^n \fallingdotseq 1 + n(u\Delta t/R)$ と近似できるとせよ。

(6) この分子が球殻に及ぼす圧力は $p = (2/3)K'/V$ となる。この関係式と (4),(5) の結果を用いて，ΔK を $p, V, \Delta V$ のうち必要なものを用いて表せ。

(7) 分子の内部エネルギーは運動エネルギーのみからなると考えた場合，(6) で求めた関係式は熱力学の観点から何を意味しているかを説明せよ。

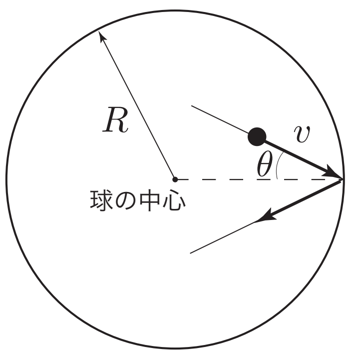

図 3B-1

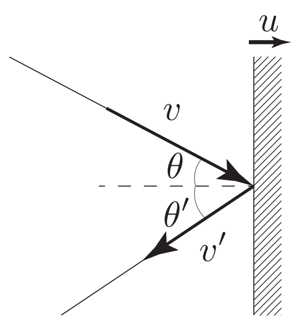

図 3B-2